MT402 - Prova No. 1 - Aurelio Oliveira - 03/05/12

Resolva somente quatro dos cinco exercícios abaixo.

1. Interprete e comente a seguinte citação considerando o contexto deste curso: "Uma vez que nenhum número que obtemos de tabelas logarítmicas e trigonométricas admite precisão absoluta, sendo todos até uma certa extensão somente aproximações, os resultados das operações realizadas com a ajuda destas tabelas podem ser somente aproximados... Pode acontecer que em alguns casos especiais o efeito dos erros das tabelas aumenta tanto que seremos obrigados a rejeitar um método, de outra forma o melhor, e adotar outro em seu lugar." Carl Friedrich Gauss, Theoria Motus (1809).

2. Desenvolva um algoritmo eficiente para calcular a decomposição LDL^t de uma matriz A simétrica definida positiva de dimensão n, onde L é triangular inferior unitária e D é diagonal. Calcule o número de operações de ponto flutuante que este algoritmo necessita. Basta calcular o termo de maior ordem.

3. Seja o sistema linear $Ax = b$, $A : m \times n$, $m > n$, posto$(A) = n$. Analise a relação entre a solução de Quadrados Mínimos:
(i) usando fatoração QR de A, onde $Q : m \times m$ é ortogonal e $R : m \times n$ é tal que $r_{ij} = 0$ se $i > j$ e
(ii) através da resolução do sistema linear $A^tAx = A^tb$, usando a fatoração de Cholesky de A^tA.
Essencialmente analise as possíveis relações entre os fatores de Cholesky e os fatores Q e R, os vetores constantes do lado direito de cada sistema linear que será resolvido em *(i)* e em *(ii)*.

4. Descreva o método de decomposição QR de uma matriz A de dimensão $m \times n$, $m > n$ utilizando rotações de Givens.

5. Explique como as transformações de Householder podem ser utilizadas para calcular as decomposição $A = QL$ com A $m \times n$, $m > n$, Q ortogonal e L triangular inferior.