EXAME PARA BOLSA
PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA APLICADA

CÓDIGO		NOTA	

A1	
A2	
A3	
A4	

C1	
C2	
C3	
C4	

DEZEMBRO 2005

A1 Qual é a transformação linear $T : IR^2 \to IR^3$, tal que T(1,1) = (3,2,1) e $T(0,-2) = (0,1,0)$.

A2 Prove ou dê um contra-exemplo.

(a) Se todos os autovalores de A são nulos então A é a matriz nula?

(b) Se $AT = A^{-1}$, então |det (A)| = 1.

(c) $A^T A$ e A têm o mesmo núcleo.

A3 Mostre que a matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 1.00001 & 1 \\ 1.00001 & 1 & 1.00001 \\ 1 & 1.00001 & 1 \end{pmatrix}$$

tem um autovalor positivo e um autovalor negativo.

A4 Considere o conjunto

$E_\lambda = \{v \text{ E } V: T(v) = \lambda V\}$,

onde $T : V \to V$ é uma transformação linear e λ é um elemento qualquer do corpo associado a V.

(a) Mostre que E_λ é um subespaço de V.

(b) Mostre que, $\forall v \in E_\lambda$, $T(v) \in E_\lambda$,.

C1 Seja $f : IR \to IR$ contínua em $[a, b]$, tal que $f(a) < f(b)$. Suponha que quaisquer que sejam s e t em $[a, b]$, $s \neq t \Rightarrow f(s) \neq f(t)$. Prove que f é estritamente crescente em $[a, b]$.

$\boxed{\textbf{C2}}$ Seja $f : IR \to IR$.

(a) O que significa f ser contínua no ponto x_0?

(b) Mostrar, usando a definição dada em (a), que $f(x) = 2x + 1$ é contínua no ponto 1.

$\boxed{\textbf{C3}}$ Seja $f : [0,1] \to IR$ contínua, tal que $\forall x$ E [0,1], tem-se O $\leq f(x) \leq 1$.
Prove que existe c em [0,1], tal que $f(c) = c$.

$\boxed{\textbf{C4}}$ Seja $f : IR \to IR$ contínua e diferenciável. Provar que:

(a) se $f(z) \neq 10$, então $| f |$ é diferenciável em z.

(b) $| f |^2$ é diferenciável.