EXAME DE SELEÇÃO
PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA APLICADA

CÓDIGO		NOTA	

A1	
A2	
A3	
A4	

C1	
C2	
C3	
C4	

2005

$\boxed{\textbf{A1}}$ O conjunto de vetores $\{v_1, \dots, v_m\}$ de $I\!R^n$ se diz *qualificado* se

$$\sum_{i=1}^{m} \lambda_i v_i = 0 \text{ e } \lambda_1 \geq 0, \dots, \lambda_m \geq 0$$

implica que

$$\lambda_1 = 0, \dots, \lambda_m = 0.$$

(i) Provar que se existe $d \in I\!R^n$ tal que

$$v_i^T d < 0, \quad \text{para} \ \ i = 1, \dots, m$$

então o conjunto de vetores $\{v_1, \dots, v_m\}$ é qualificado.

(ii) Se $\{v_1, \dots, v_m\}$ são LI então são qualificados. A reciproca é valida?. (caso que seja falsa de um contrexemplo)

$\boxed{\textbf{A2}}$ Sejam $\{v_1, v_2, v_3\}$ vetores ortonormais de $I\!R^n$, definimos a seguinte matriz

$$P = v_1 v_1^T + v_2 v_2^T + v_3 v_3^T$$

Achar

(i) $AVA = \{x \in I\!R^n \mid Px = \lambda x\}$

(ii) $AVE = \{\lambda \in I\!R^n \mid Px = \lambda x\}$

(iii) O Nucleo de P

(iv) A Imagem de P

(v) O posto da matriz P

$\boxed{\textbf{A3}}$ Dado $X, Y \subset I\!R^n$, chamamos $S(X)$ o conjunto gerado pelos vetores do conjunto X, provar o dar um contraexemplo das seguintes afirmações.

(i) $S(X \cup Y) = S(X) + S(Y)$

(ii) $S(X \cap Y) = S(X) \cap S(Y)$

(iii) $S(X - Y) = S(X) - S(Y)$

(iv) $S(X \cup Y) = S(X) \cup S(Y)$

as oprerações + e − entre conjuntos son definidas da maneira classica:

$$X + Y = \{x + y \mid x \in X, \;\; y \in Y\}$$
$$X - Y = \{x \mid x \in X, \;\; y \notin Y\}$$

$\boxed{\textbf{A4}}$ Sejam u, v vetores linearmente independentes de $I\!R^n$. Dado $\alpha \neq 0$, provar que o conjunto de elementos $\{v, v + \alpha u\}$ é uma base do subespaço gerado pelos vetores $v, v + u, v + 2u, v + 3u, \ldots, v + nu, \ldots$

$\boxed{\textbf{C1}}$ (a) Seja $\{a_n\}_{n \in I\!N}$ uma sequencia convergente, que pode falarse dela se $a_n \in Z\!\!\!Z$ para todo $n \in I\!N$.

(b) mostrar que si uma sequencia $\{a_n\}_{n \in I\!N}$ é convergente ela é limitada.

(c) mostrar que se uma sequencia $\{a_n\}_{n \in I\!N}$ é ilimitada então é divergente. A reciproca e valida?.

$\boxed{\textbf{C2}}$ Sejam as funções $f, g : I\!R \to I\!R$. Provar o dar um contraexemplo para as seguintes afirmações

(a) Se $f + g$ é continua então f e g são continuas

(b) Se $f.g$ e f são continuas então g é continua

(c) Se $f(x + y) = f(x) + f(y)$ e f é continuas em $x = 0$ então f é continua em todo x

$\boxed{\textbf{C3}}$ Seja $f : I\!R \to I\!R$. Provar que se $|f(x)| \leq x^2$ para todo $x \in I\!R$, então existe $f'(0)$.

$\boxed{\textbf{C4}}$ Suponhamos que $f : [a, b] \to I\!R$ é continua e $g : [a, b]$ e integravel e não negativa sobre $[a, b]$. Provar que

$$\int_a^b f(x)g(x)dx = f(\xi) \int_a^b g(x)dx$$

para algum $\xi \in [a, b]$

mostrar que a hipópese $g(x)$ no negativa e essencial.