Branch & Bounds - Básico

Raniere Gaia Costa da Silva[1]

22/03/2013

[1] r.gaia.cs@gmail.com

Os arquivos desta apresentação encontram-se disponíveis em https://github.com/r-gaia-cs/presentations.

Licença

Rotas Aéreas

Dado um conjunto S de aeronaves e um conjunto A de aeroportos, determinar quais aeronaves irão percorrer a rota $r_{ij} \in R = A \times A$ de forma a maximizar o número de clientes.

Suprimento de Energia Elétrica

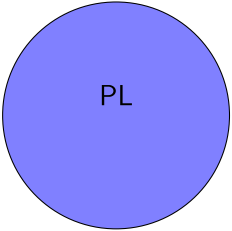
Em uma cidade, dado um conjunto R de residências e um conjunto A de possíveis locais para estações de transmissão, determinar onde serão construídas as estações de forma a maximizar o número de residências cobertas.

Problema da Mochila

Para uma viagem, determinar quais itens de um conjunto I deve ser levados em uma mochila de forma a maximizar o "funcionalidade da mochila".

PL, PNL e PC

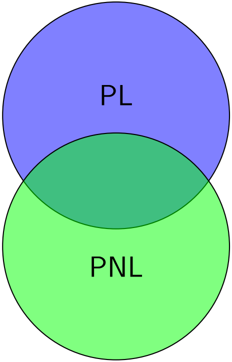
$\max c^T x$



PL, PNL e PC

$\max c^T x$

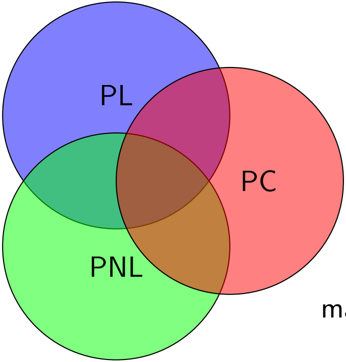
$\max x^T x$



PL, PNL e PC

$\max c^T x$

$\max x^T x$



$\max \left\{ \sum_{i \in I} c_i \mid I \subset \{1, \ldots, n\} \right\}$

PC igual a PI?

$$\max\left\{\sum_{i\in I} c_i \mid I \subset \{1,\ldots,n\}\right\}. \tag{PC}$$

PC igual a PI?

$$\max \left\{ \sum_{i \in I} c_i \mid I \subset \{1, \ldots, n\} \right\}. \tag{PC}$$

$$\begin{aligned} &\max\ c^T x, \\ &\text{s.a } x \in \{0,1\}^n. \end{aligned} \tag{PI}$$

Rotas Aéreas

$$\max \sum_{i,j \in A} c_{ij} \left(\sum_{k \in S} x_{ijk} \right),$$

$$\text{s.a} \sum_{i,j \in A} x_{ijk} = 1, \qquad \text{para todo } k \in S,$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}, \qquad \text{para todo } i, j \in A \text{ e } k \in S.$$

Suprimento de Energia Elétrica

$$
\begin{aligned}
\max \quad & \sum_{i \in R, j \in A} x_{ij}, & \\
\text{s.a} \quad & \sum_{i \in R} x_{ij} = 1, & \text{para todo } j \in A, \\
& d_{ij} x_{ij} \leq D, & \text{para todo } i \in R, \text{ para todo } j \in A, \\
& x_{ij} \in \{0, 1\}, & \text{para todo } i \in R, \text{ para todo } j \in A.
\end{aligned}
$$

Problema da Mochila

$$
\begin{aligned}
\max \quad & \sum_{i \in I} f_i x_i, & \\
\text{s.a} \quad & \sum_{i \in I} p_i x_i \leq P, & \\
& x_i \in \{0, 1\}, & \text{para todo } i \in I.
\end{aligned}
$$

Exemplo Minimal

$$\begin{aligned} \max \ & x_1 + x_2 + x_3, \\ \text{s.a.} \ & x_1 \in \{0, 1\}, \\ & x_2 \in \{0, 1\}, \\ & x_3 \in \{0, 1\}. \end{aligned} \tag{EM}$$

Árvore de enumeração

(EM)

Árvore de enumeração

(EM)

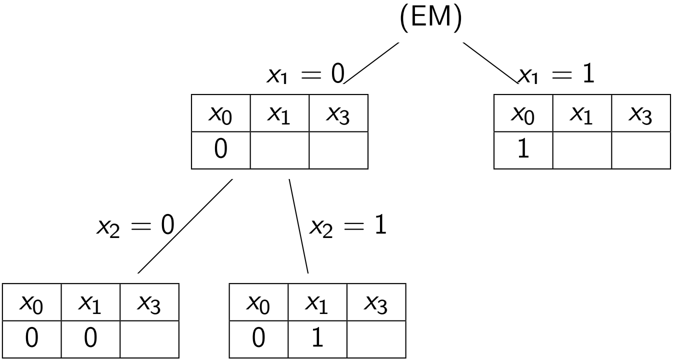
$x_1 = 0$

x_0	x_1	x_3
0		

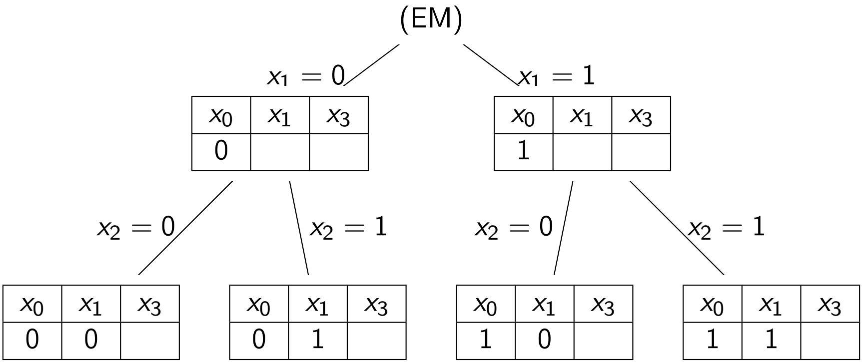
$x_1 = 1$

x_0	x_1	x_3
1		

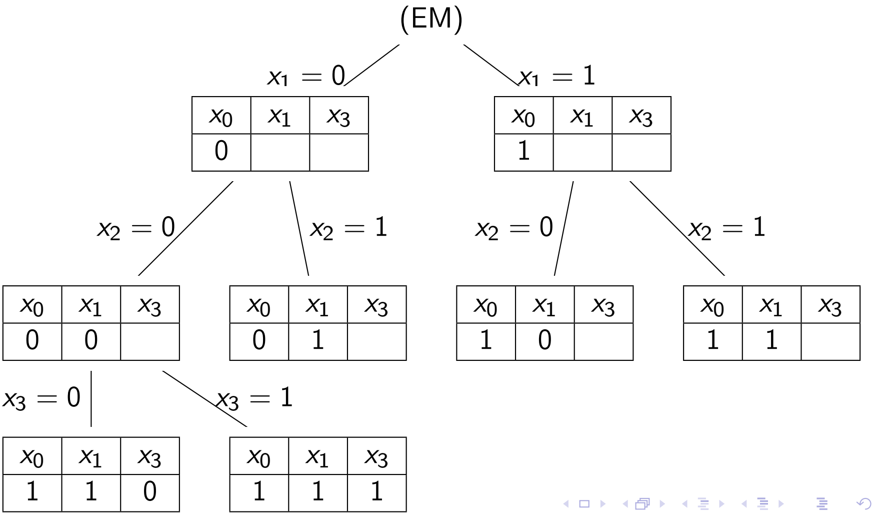
Árvore de enumeração



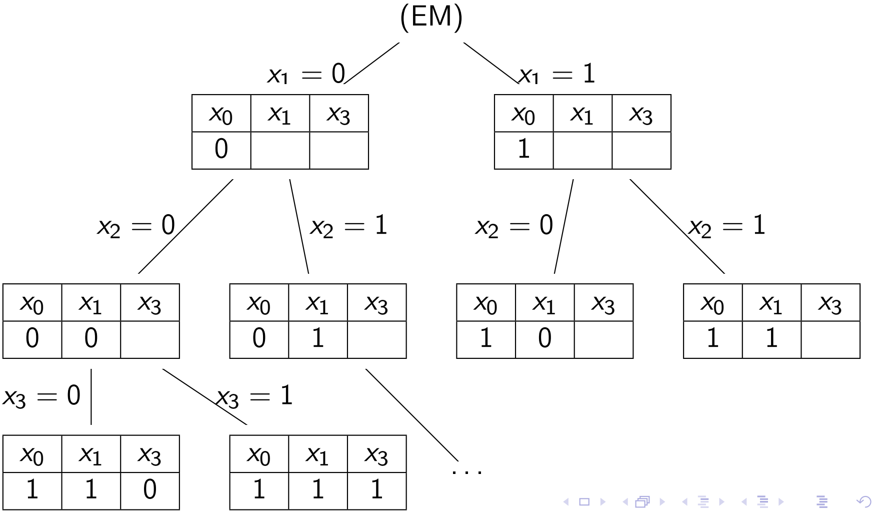
Árvore de enumeração



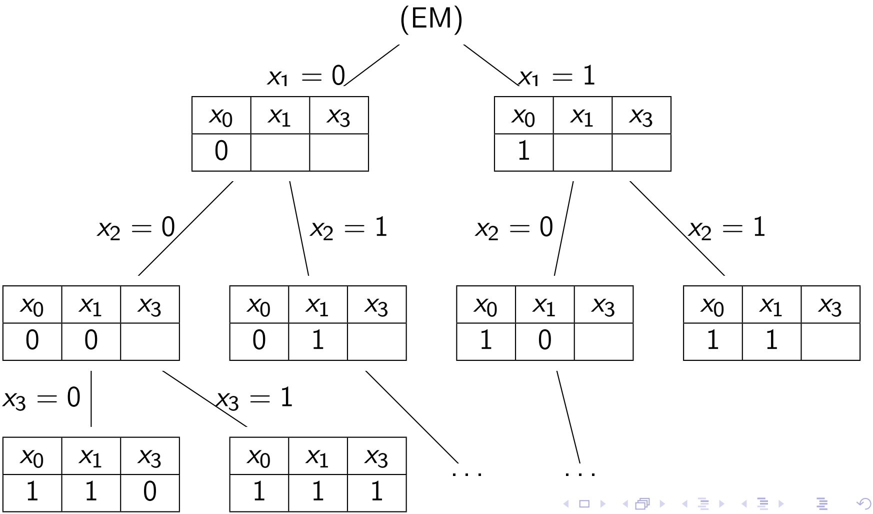
Árvore de enumeração



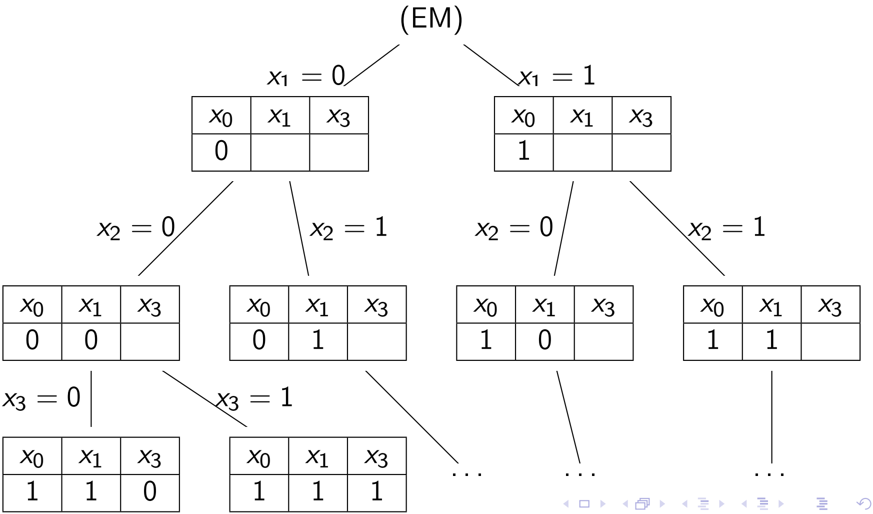
Árvore de enumeração



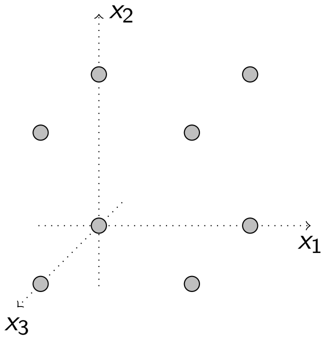
Árvore de enumeração



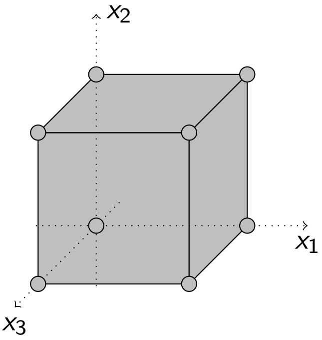
Árvore de enumeração



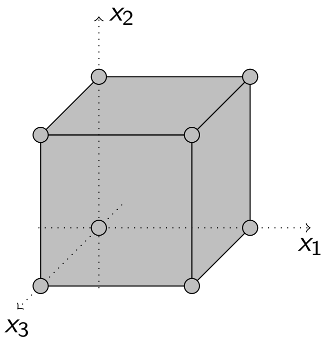
Relação Linear (1)



Relação Linear (1)

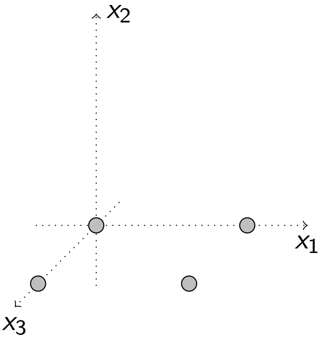


Relação Linear (1)

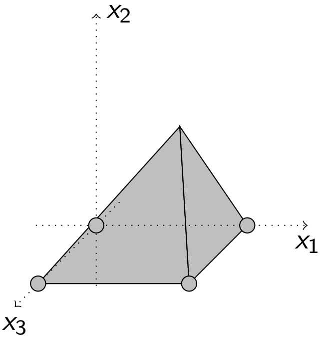


A solução é $x_1 = 1$, $x_2 = 1$ e $x_3 = 1$.

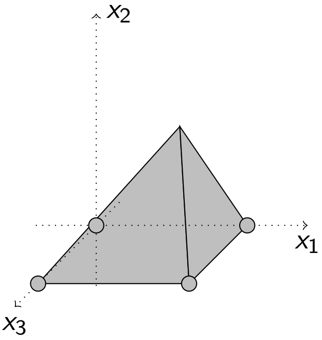
Relação Linear (2)



Relação Linear (2)

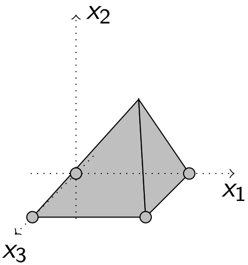


Relação Linear (2)

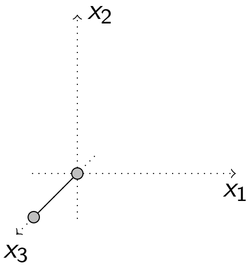


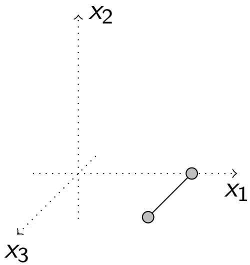
A solução é $x_1 = 0,9$, $x_2 = 1$ e $x_3 = 0,9$.

Motivação

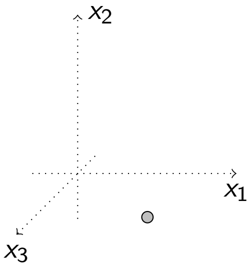


Motivação





Motivação



Limitantes

Limitante inferior

Toda solução factível é um limitante inferior, $\underline{z}$.

Limitantes

Limitante inferior

Toda solução factível é um limitante inferior, $\underline{z}$.

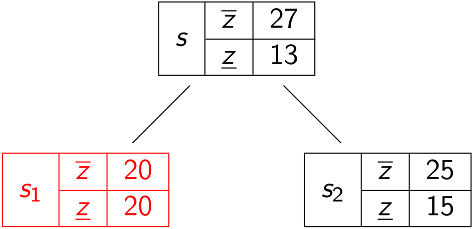
Limitante superior

Toda solução de uma relaxação é um limitante superior, $\overline{z}$.

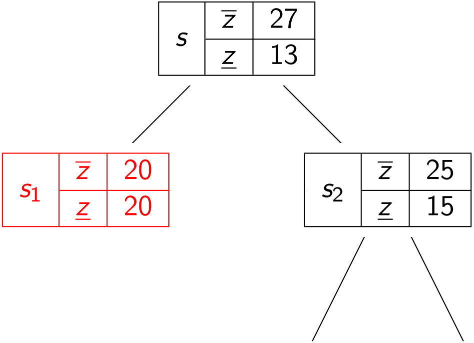
Poda por otimalidade

s	$\overline{z}$	27
	$\underline{z}$	13

Poda por otimalidade



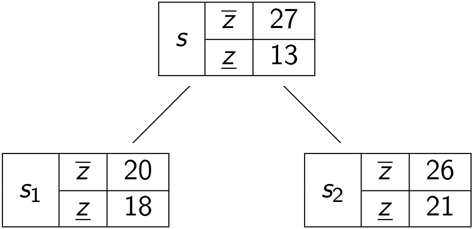
Poda por otimalidade



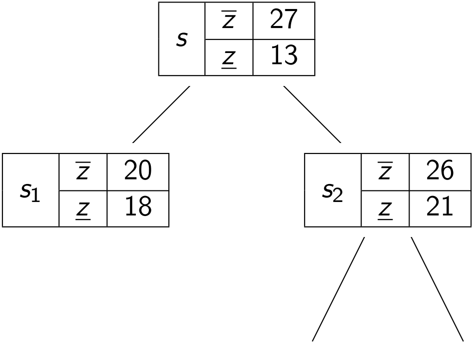
Poda por limitantes

s	$\overline{z}$	27
	$\underline{z}$	13

Poda por limitantes



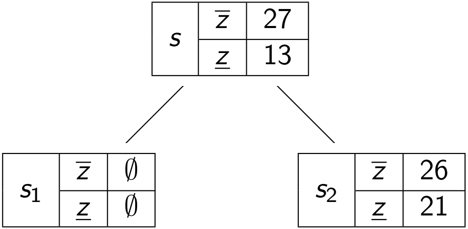
Poda por limitantes



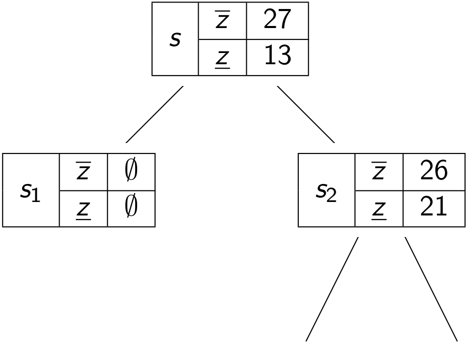
Poda por infactibilidade

s	$\overline{z}$	27
	$\underline{z}$	13

Poda por infactibilidade



Poda por infactibilidade



Assuntos não cobertos

- Relaxações combinatoriais e Lagrangiana,
- Seleção da variável para ramificação,
- Seleção dos vértices da árvore B&B a ser resolvido,
- Uso de heurísticas para limitante superior, . . .

Possíveis áreas de pesquisas

- Relaxações,
- Seleção da variável para ramificação,
- Seleção dos vértices da árvore B&B a ser resolvido,
- Uso de heurísticas para limitante superior,
- Uso de Métodos de Pontos Interiores,
- Uso de Computação Paralela,
- Programação Não-Linear Inteira, ...

Obrigado!

r.gaia.cs@gmail.com

L.A. Wolsey.
Integer Programming.
Wiley Series in Discrete Mathematics and Optimization. Wiley, 1998.