Métodos de Otimização de Terceira Ordem

Daiane Gonçalves Ferreira

Orientadora: Profa. Dra. Margarida Pinheiro Mello

Co-orientadora: Profa. Dra. Maria Aparecida Diniz Ehrhardt

Mestrado em Matemática Aplicada

IMECC - Unicamp

1 de fevereiro de 2013

Introdução

- Problema: Zero de função $\longleftrightarrow$ Otimização
- Métodos de 2ª ordem – Método de Newton
- Métodos de 3ª ordem – Método de Halley
- Custo computacional
  1 variável – *n* variáveis
- Esparsidade

Problema de zero de função

$$f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n \in C^2$$

(P1) Encontrar x^* tal que $f(x^*) = 0$

Método de Newton

- Newton $\rightarrow$ 1669
  Raphson $\rightarrow$ 1690

- Método iterativo: $x_0, x_1, x_2, \cdots$

- Iteração k:
  (P1') Encontrar x_{k+1} tal que $\ell_k(x_{k+1}) = 0$
  $\ell_k(x) =$ polinômio grau 1
  grau de contato 1 com $f(x)$ em $x = x_k$

- Convergência quadrática

Método de Halley

- Halley $\rightarrow$ 1694
- Método "descoberto" com frequência
- Método iterativo: $x_0, x_1, x_2, \cdots$
- Iteração k:
  (P1") Encontrar x_{k+1} tal que $h_k(x_{k+1}) = 0$
  $$h_k(x) = \frac{(x - x_k) + c}{a(x - x_k) + b}$$
  grau de contato 2 com $f(x)$ em $x = x_k$
- Convergência cúbica

Algebricamente

Newton

$$\ell_k(x) = f(x_k) + f'(x_k)(x - x_k)$$

Algebricamente

Newton

$$\ell_k(x) = f(x_k) + f'(x_k)(x - x_k)$$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

Algebricamente

Halley

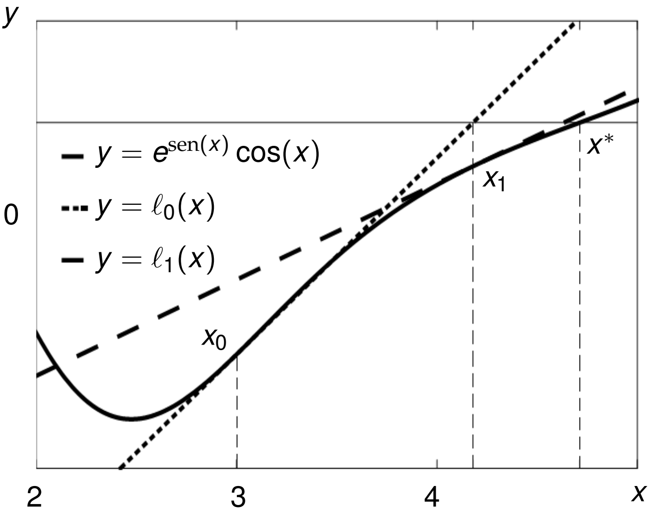
$$h_k(x) = \frac{(x - x_k) + c}{a(x - x_k) + b},$$

Algebricamente

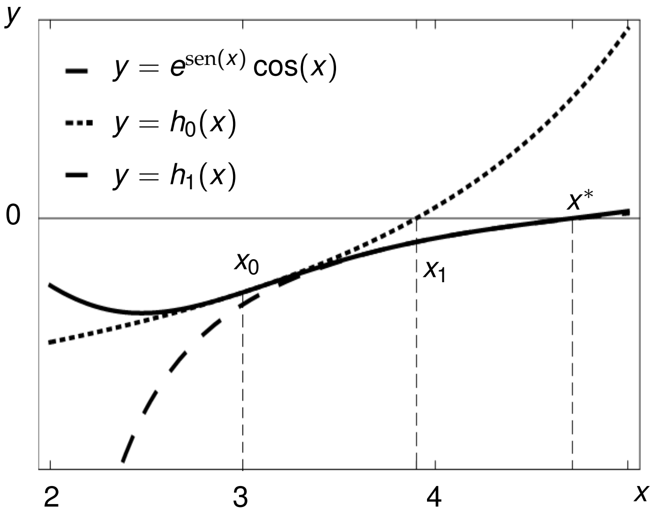
Halley

$$h_k(x) = \frac{(x - x_k) + c}{a(x - x_k) + b}, \qquad \begin{cases} a &= \dfrac{-f''(x_k)}{2f'(x_k)^2 - f(x_k)f''(x_k)} \\[2ex] b &= \dfrac{2f'(x_k)}{2f'(x_k)^2 - f(x_k)f''(x_k)} \\[2ex] c &= \dfrac{2f(x_k)f'(x_k)}{2f'(x_k)^2 - f(x_k)f''(x_k)} \end{cases}$$

Newton - retas tangentes



Halley - hipérboles tangentes



Convergência

Newton

Se

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \in C^2$
$f(x^*) = 0$, $f'(x^*) \neq 0$
(x_k) a sequência de Newton
$x_k \to x^*$

Então

a convergência é quadrática

$$\lim_{k\to\infty} \frac{|x_{k+1} - x^*|}{|x_k - x^*|^2} = cte$$

Convergência

Newton

Se

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \in C^2$
$f(x^*) = 0,\ f'(x^*) \neq 0$
(x_k) a sequência de Newton
$x_k \to x^*$

Então

a convergência é quadrática

$$\lim_{k\to\infty} \frac{|x_{k+1} - x^*|}{|x_k - x^*|^2} = cte$$

Halley

Se

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \in C^3$
$f(x^*) = 0,\ f'(x^*) \neq 0$
(x_k) a sequência de Halley
$x_k \to x^*$

Então

a convergência é cúbica

$$\lim_{k\to\infty} \frac{|x_{k+1} - x^*|}{|x_k - x^*|^3} = cte$$

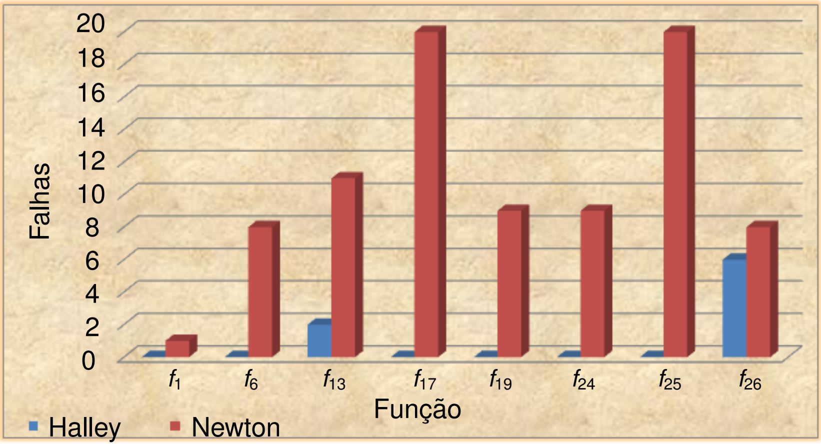
Testes

- MATLAB
- 30 funções: $f_1 \cdots f_{30}$
- Funções pelo menos C^3
- Converge para pelo menos um método
- 20 testes com ponto inicial aleatório
- Testes com falha desconsiderados
- Média aritmética de iterações e tempo

Falhas

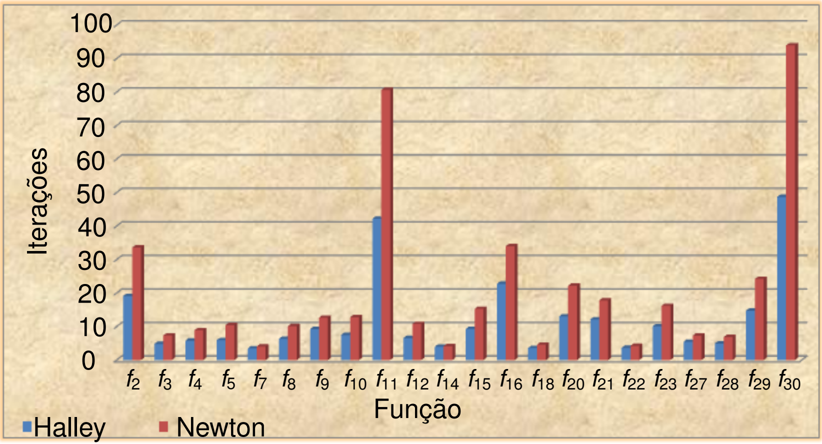
- 8 problemas com falhas
- Newton $\rightarrow$ 86 falhas
- Halley $\rightarrow$ 8 falhas
- 2 problemas $\rightarrow$ Newton nunca converge
  - $f_{17}(x) = \sqrt[3]{x^2 - 9}$
  - $f_{25}(x) = \dfrac{x^4 + \sqrt[8]{x^2}}{x^2 + 3}$

Falhas

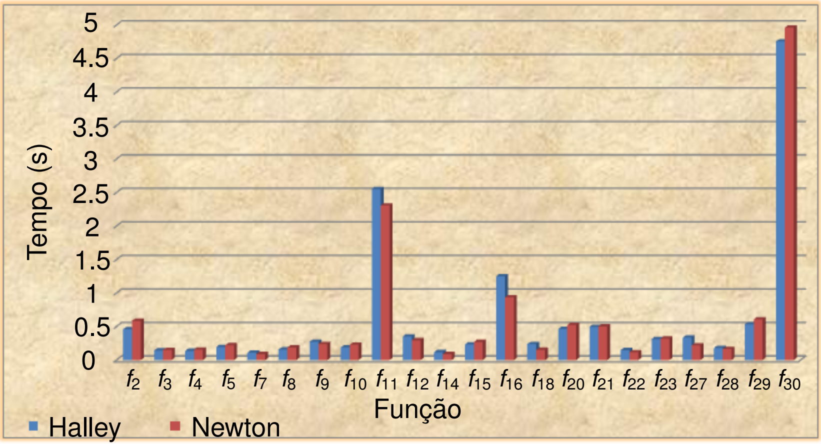


Falhas
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
f_1
f_6
f_{13}
f_{17}
f_{19}
f_{24}
f_{25}
f_{26}
Função
Halley
Newton

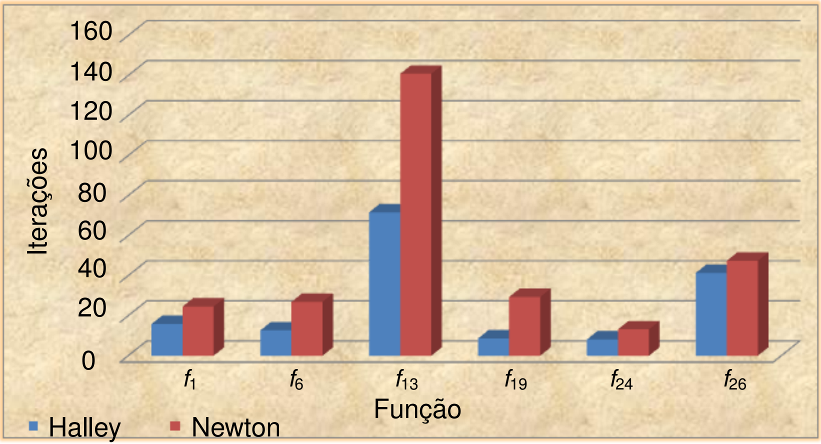
Testes com êxito



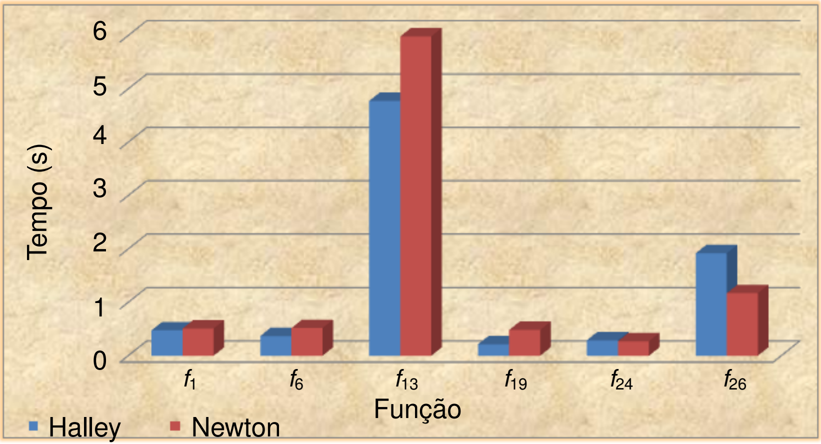
Tempo


Tempo (s)
5
4.5
4
3.5
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
f_2 f_3 f_4 f_5 f_7 f_8 f_9 f_{10} f_{11} f_{12} f_{14} f_{15} f_{16} f_{18} f_{20} f_{21} f_{22} f_{23} f_{27} f_{28} f_{29} f_{30}
Função
Halley
Newton

Testes com falha



Tempo



Fórmula iterativa

Newton

$$x_{k+1} = x_k - [F'(x_k)]^{-1} F(x_k)$$

Halley

$$x_{k+1} = x_k - [I - \frac{1}{2} F'(x_k)^{-1} F''(x_k) F'(x_k)^{-1} F(x_k)]^{-1} F'(x_k)^{-1} F(x_k)$$

Convergência

Newton

Se

$F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n \in C^2$
$F(x^*) = 0$, $F'(x^*)$ não singular
(x_k) a sequência de Newton
$x_k \to x^*$

Então

a convergência é quadrática

$$\lim_{k\to\infty} \frac{\|x_{k+1} - x^*\|}{\|x_k - x^*\|^2} = cte$$

Convergência

Newton

Se

$F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n \in C^2$

$F(x^*) = 0$, $F'(x^*)$ não singular

(x_k) a sequência de Newton

$x_k \to x^*$

Então

a convergência é quadrática

$$\lim_{k\to\infty} \frac{\|x_{k+1} - x^*\|}{\|x_k - x^*\|^2} = cte$$

Halley

Se

$F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n \in C^2$

F'' Lipschitz contínua

$F(x^*) = 0$, $F'(x^*)$ não singular

(x_k) a sequência de Halley

$x_k \to x^*$

Então

a convergência é cúbica

$$\lim_{k\to\infty} \frac{\|x_{k+1} - x^*\|}{\|x_k - x^*\|^3} = cte$$

Condições de Otimalidade

Condição necessária de 1^a ordem

Seja $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ diferenciável no ponto $x^* \in \mathbb{R}^n$. Se x^* é um minimizador local de f, então

$$\nabla f(x^*) = 0$$

Um ponto $x^* \in \mathbb{R}^n$ que cumpre a condição acima é dito ponto crítico ou ponto estacionário da função f.

Zero de função $\longleftrightarrow$ Otimização

(P2) Encontrar $\bar{x}$ que minimiza $f(x)$

Zero de função $\longleftrightarrow$ Otimização

(P2) Encontrar $\bar{x}$ que minimiza $f(x)$

(P3) Encontrar $\bar{x}$ tal que $F(\bar{x}) = 0$, onde $F(x) = \nabla f(x)$

Método de Newton para o Problema de Otimização

$$x_{x+1} = x_k - [\nabla^2 f(x_k)]^{-1} \nabla f(x_k)$$

Método de Newton para o Problema de Otimização

$$x_{x+1} = x_k - [\nabla^2 f(x_k)]^{-1} \nabla f(x_k)$$

Método de Halley para o Problema de Otimização

$$x_{k+1} = x_k - [I - \frac{1}{2}\nabla^2 f(x_k)^{-1} \nabla^3 f(x_k) \nabla^2 f(x_k)^{-1} \nabla f(x_k)]^{-1} \nabla^2 f(x_k)^{-1} \nabla f(x_k)$$

Esforço Computacional

Método de Newton

$$x_{k+1} = x_k - \underbrace{\nabla^2 f(x_k)^{-1} \nabla f(x_k)}_{d}$$

Esforço Computacional

Método de Newton

$$x_{k+1} = x_k - \underbrace{\nabla^2 f(x_k)^{-1} \nabla f(x_k)}_{d}$$

Necessita $\nabla f(x)$ e $\nabla^2 f(x)$

Esforço Computacional

Método de Newton

$$x_{k+1} = x_k - \underbrace{\nabla^2 f(x_k)^{-1} \nabla f(x_k)}_{d}$$

Necessita $\nabla f(x)$ e $\nabla^2 f(x)$
$\nabla^2 f(x_k) d = \nabla f(x_k)$

Esforço Computacional

Método de Newton

$$x_{k+1} = x_k - \underbrace{\nabla^2 f(x_k)^{-1} \nabla f(x_k)}_{d}$$

Necessita $\nabla f(x)$ e $\nabla^2 f(x)$
$\nabla^2 f(x_k) d = \nabla f(x_k)$
Resolução de um sistema linear

Esforço Computacional

Método de Halley

$$x_{k+1} = x_k - \underbrace{\left[I - \frac{1}{2} \overbrace{(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \underbrace{\nabla^3 f(x_k)(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \nabla f(x_k)}_{P}}^{M} \right]^{-1} \underbrace{(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \nabla f(x_k)}_{s}}_{d}$$

Esforço Computacional

Método de Halley

$$x_{k+1} = x_k - \underbrace{\left[I - \frac{1}{2} \overbrace{(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \underbrace{\nabla^3 f(x_k)(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \nabla f(x_k)}_{P}}^{M} \right]^{-1} \underbrace{(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \nabla f(x_k)}_{s}}_{d}$$

Necessita $\nabla f(x)$, $\nabla^2 f(x)$ e $\nabla^3 f(x)$

Esforço Computacional

Método de Halley

$$x_{k+1} = x_k - \underbrace{\left[I - \frac{1}{2} \overbrace{(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \underbrace{\nabla^3 f(x_k)(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \nabla f(x_k)}_{P}}^{M} \right]^{-1} \underbrace{(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \nabla f(x_k)}_{s}}_{d}$$

$$\nabla^2 f(x_k) s = \nabla f(x_k)$$

Esforço Computacional

Método de Halley

$$x_{k+1} = x_k - \underbrace{\left[I - \frac{1}{2} \overbrace{(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \underbrace{\nabla^3 f(x_k)(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \nabla f(x_k)}_{P}}^{M} \right]^{-1} \underbrace{(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \nabla f(x_k)}_{s}}_{d}$$

$$\nabla^2 f(x_k) s = \nabla f(x_k)$$

Resolução de um sistema linear

Esforço Computacional

Método de Halley

$$x_{k+1} = x_k - \underbrace{\left[I - \frac{1}{2} \overbrace{(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \underbrace{\nabla^3 f(x_k)(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \nabla f(x_k)}_{P}}^{M} \right]^{-1} \underbrace{(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \nabla f(x_k)}_{s}}_{d}$$

$$P = \nabla^3 f(x_k) s$$

Esforço Computacional

Método de Halley

$$x_{k+1} = x_k - \underbrace{\left[I - \frac{1}{2} \overbrace{(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \underbrace{\nabla^3 f(x_k) (\nabla^2 f(x_k))^{-1} \nabla f(x_k)}_{P}}^{M} \right]^{-1} \underbrace{(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \nabla f(x_k)}_{s}}_{d}$$

$$P = \nabla^3 f(x_k) s$$

Produto tenso · vetor

Esforço Computacional

Método de Halley

$$x_{k+1} = x_k - \underbrace{\left[I - \frac{1}{2} \overbrace{(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \underbrace{\nabla^3 f(x_k)(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \nabla f(x_k)}_{P}}^{M} \right]^{-1} \underbrace{(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \nabla f(x_k)}_{s}}_{d}$$

$$\nabla^2 f(x_k) M = P$$

Esforço Computacional

Método de Halley

$$x_{k+1} = x_k - \underbrace{\left[I - \frac{1}{2} \overbrace{(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \underbrace{\nabla^3 f(x_k)(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \nabla f(x_k)}_{P}}^{M} \right]^{-1} \underbrace{(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \nabla f(x_k)}_{s}}_{d}$$

$$\nabla^2 f(x_k) M = P$$

Resolução de n sistemas lineares

Esforço Computacional

Método de Halley

$$x_{k+1} = x_k - \underbrace{\left[I - \frac{1}{2} \overbrace{(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \underbrace{\nabla^3 f(x_k)(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \nabla f(x_k)}_{P}}^{M} \right]^{-1} \underbrace{(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \nabla f(x_k)}_{s}}_{d}$$

$$[I - \tfrac{1}{2} M] d = s$$

Esforço Computacional

Método de Halley

$$x_{k+1} = x_k - \underbrace{\left[I - \frac{1}{2} \overbrace{(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \underbrace{\nabla^3 f(x_k)(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \nabla f(x_k)}_{P}}^{M} \right]^{-1} \underbrace{(\nabla^2 f(x_k))^{-1} \nabla f(x_k)}_{s}}_{d}$$

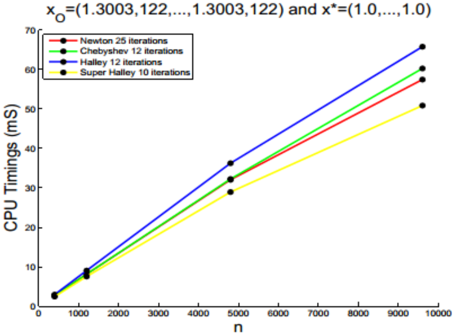
$$[I - \tfrac{1}{2}M]d = s$$

Resolução de um sistema linear

- Análise ingênua

Newton	Halley
$O(n^2)$	$O(n^3)$
$\frac{k}{2}$	$\frac{k}{3}$
$\frac{k}{2}n^2$	$\frac{k}{3}n^3$

- Gundersen e Steihaug (2006)



Testes preliminares no MATLAB

Classe de funções criada $\rightarrow$ estrutura de esparsidade

$$f_n(x) = \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} e^{x_i} \operatorname{sen}(x_{n-i+1})$$

- Dimensão de 10 a 400
- Ponto inicial $\rightarrow$ vetor de 'uns'

Esparsidade dos problemas

Hessiana da função f_{10}

$$\begin{bmatrix} X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X \\ 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 \\ 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X & X & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X & X & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 & 0 \\ 0 & X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X & 0 \\ X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X \end{bmatrix}$$

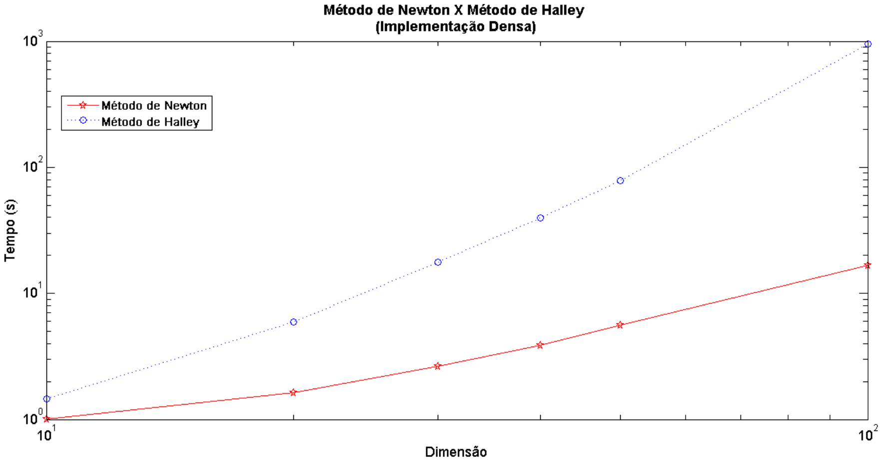
Característica dos Problemas

- Estrutura de esparsidade comum na prática
- Aproveitar a esparsidade dos problemas podem tornar Halley competitivo com Newton
- Hessiana e Tensor simétricos
- Hessiana e o tensor programados no MATLAB
- Resolução dos sistemas $\rightarrow$ LDL

Implementação densa

$$f_n(x) = \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} e^{x_i} \operatorname{sen}(x_{n-i+1})$$

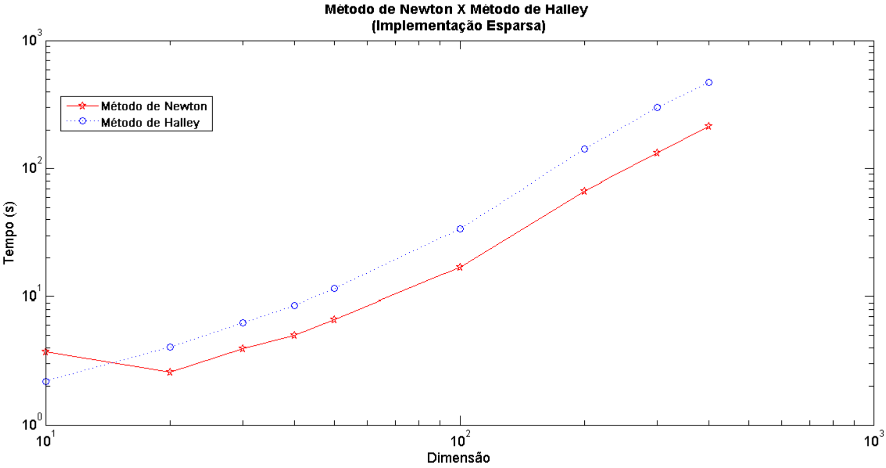
n	*Método de Newton*		*Método de Halley*	
	iterações	tempo (s)	iterações	tempo (s)
10	21	1.003	11	1.457
20	21	1.627	11	5.960
30	21	2.632	11	17.560
40	21	3.867	11	39.470
50	22	5.599	11	78.170
100	22	16.630	11	948.600


Método de Newton X Método de Halley
(Implementação Densa)
Método de Newton
Método de Halley
Tempo (s)
Dimensão
10^3
10^2
10^1
10^0
10^1
10^2

Implementação esparsa

$$f_n(x) = \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} e^{x_i} \operatorname{sen}(x_{n-i+1})$$

n	Método de Newton		Método de Halley	
	iterações	tempo (s)	iterações	tempo (s)
10	21	3.697	11	2.181
20	21	2.556	11	4.054
30	21	3.939	11	6.306
40	21	4.969	11	8.562
50	22	6.620	11	11.580
100	22	17.00	11	33.760
200	22	67.230	11	142.100
300	22	132.700	11	302.00
400	23	215.900	12	473.900


Método de Newton X Método de Halley
(Implementação Esparsa)
Método de Newton
Método de Halley
Tempo (s)
Dimensão
10^0
10^1
10^2
10^3

Nova proposta: Evitar o cálculo do tensor

Hessiana simbólica

$$H(x + ts), \qquad t \in \mathbb{R}$$

Nova proposta: Evitar o cálculo do tensor

Hessiana simbólica

$$H(x+ts), \qquad t \in \mathbb{R}$$

derivar com relação t

$$\frac{\partial H(x+ts)}{\partial t} = T(x+ts)s$$

Nova proposta: Evitar o cálculo do tensor

Hessiana simbólica

$$H(x+ts), \qquad t \in \mathbb{R}$$

derivar com relação t

$$\frac{\partial H(x+ts)}{\partial t} = T(x+ts)s$$

$t = 0$

$$T(x+ts)s\,|_{t=0} = T(x)s$$

Nova proposta: Evitar o cálculo do tensor

Hessiana simbólica

$$H(x + ts), \qquad t \in \mathbb{R}$$

derivar com relação t

$$\frac{\partial H(x + ts)}{\partial t} = T(x + ts)s$$

$t = 0$

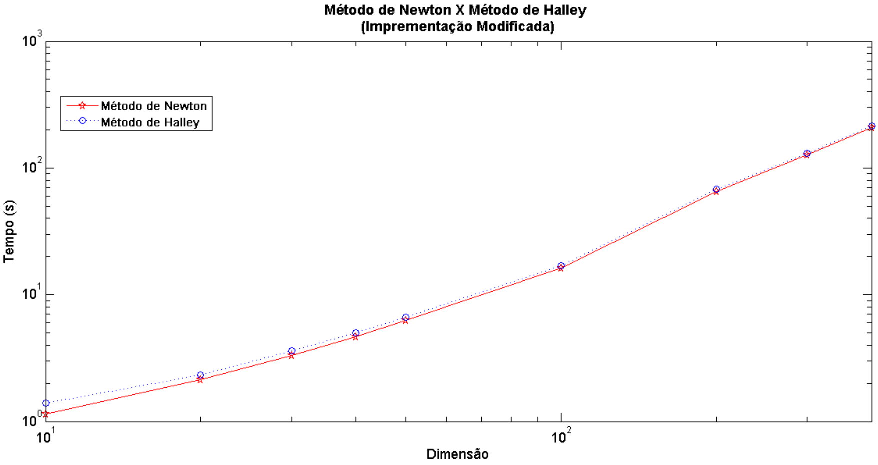
$$T(x + ts)s\,|_{t=0} = \; T(x)s$$

Produto tensor · vetor

Implementação modificada

$$f_n(x) = \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} e^{x_i} \operatorname{sen}(x_{n-i+1})$$

n	*Método de Newton*		*Método de Halley*	
	iterações	tempo (s)	iterações	tempo (s)
10	21	1.138	11	1.397
20	21	2.144	11	2.337
30	21	3.298	11	3.599
40	21	4.632	11	5.038
50	22	6.252	11	6.626
100	22	16.170	11	16.990
200	22	65.490	11	67.870
300	22	127.600	11	131.100
400	23	207.800	12	213.100


Método de Newton X Método de Halley
(Imprementação Modificada)
Método de Newton
Método de Halley
Tempo (s)
Dimensão
10^0
10^1
10^2
10^3
10^1
10^2

Problemas

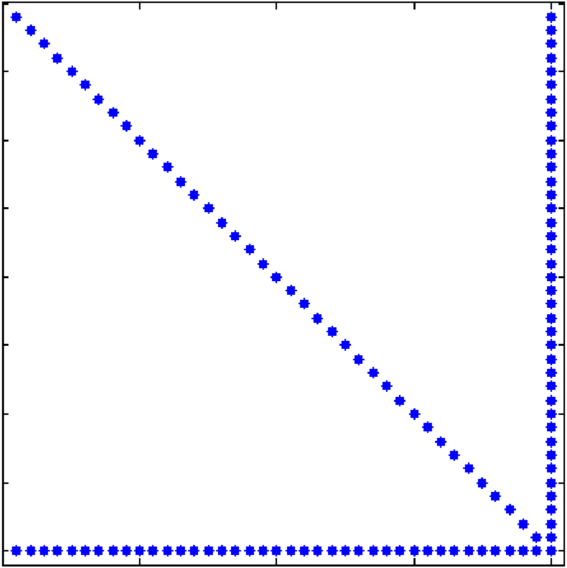
- CUTEr

ARWHEAD	DQRTIC	NONDQUAR	ENGVAL1	DIXMAANE

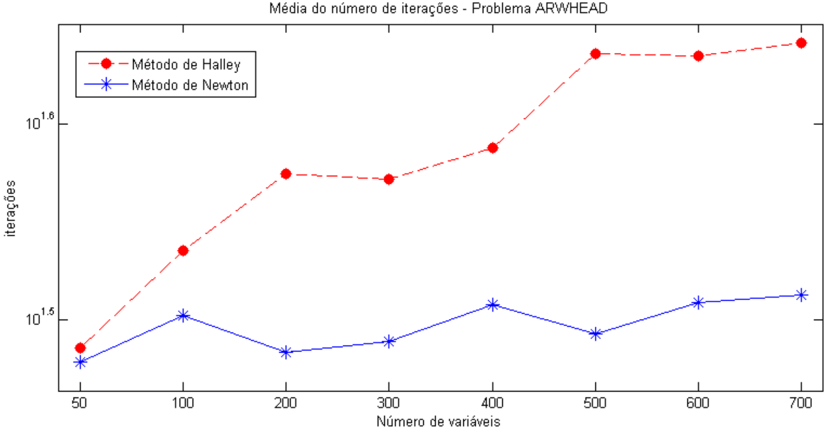
- Andrei (2008)

TRIDIAG1	HIMMELBLAU	PSC1	QF2	LIARWHD

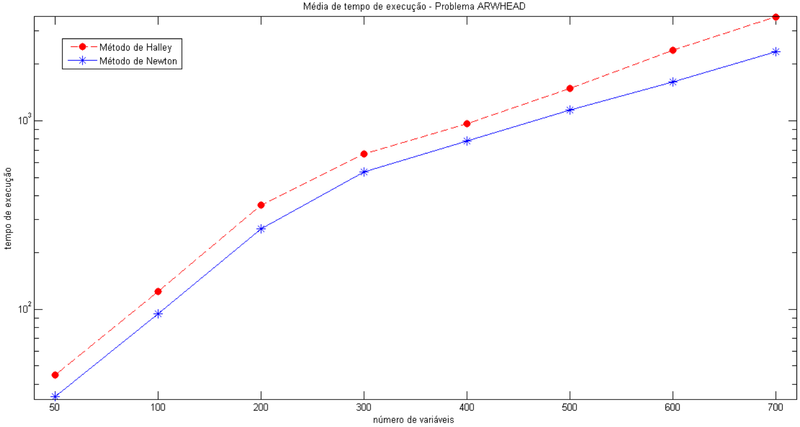
ARWHEAD



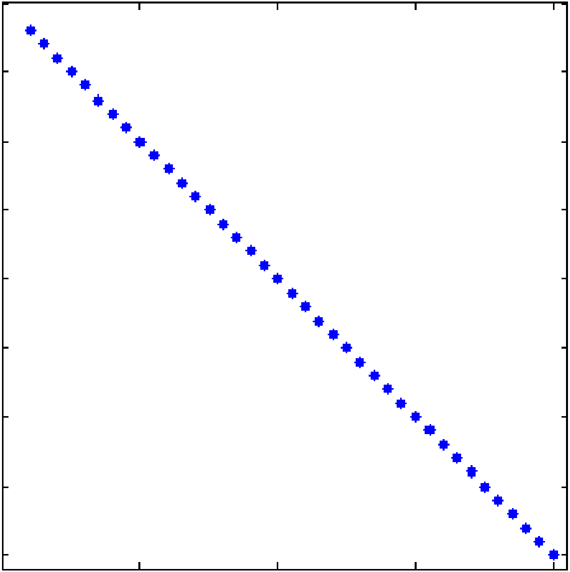
Iteração


Média do número de iterações - Problema ARWHEAD
Método de Halley
Método de Newton
$10^{1.6}$
$10^{1.5}$
iterações
50
100
200
300
400
500
600
700
Número de variáveis

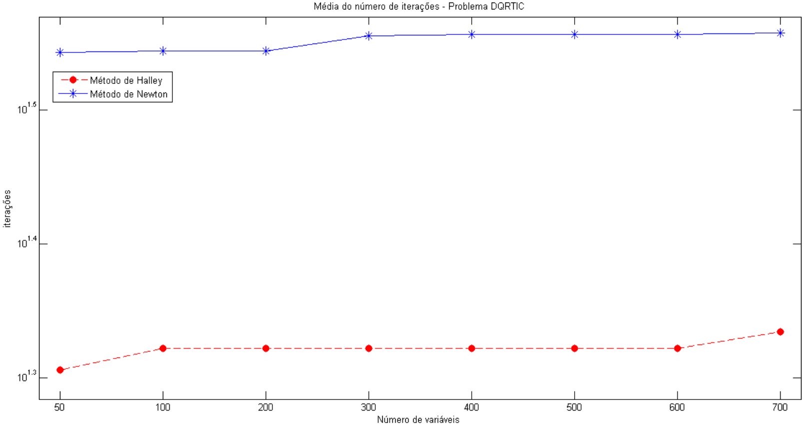
Tempo


Média de tempo de execução - Problema ARWHEAD
Método de Halley
Método de Newton
tempo de execução
número de variáveis
10^3
10^2
50
100
200
300
400
500
600
700

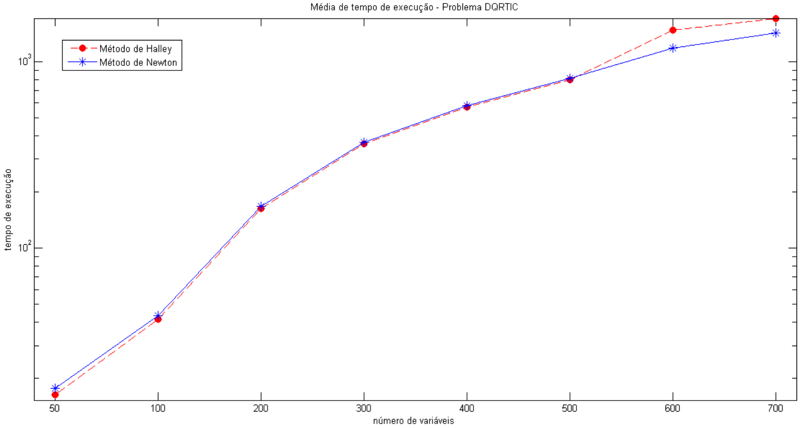
DQRTIC



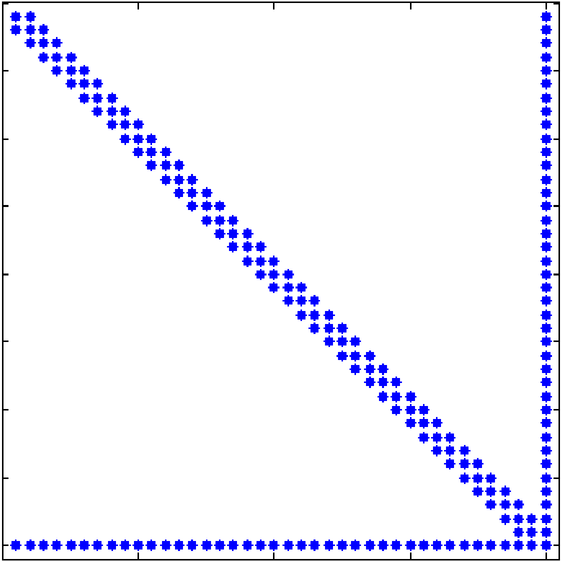
Iteração


Média do número de iterações - Problema DQRTIC
Método de Halley
Método de Newton
$10^{1.5}$
$10^{1.4}$
$10^{1.3}$
iterações
50
100
200
300
400
500
600
700
Número de variáveis

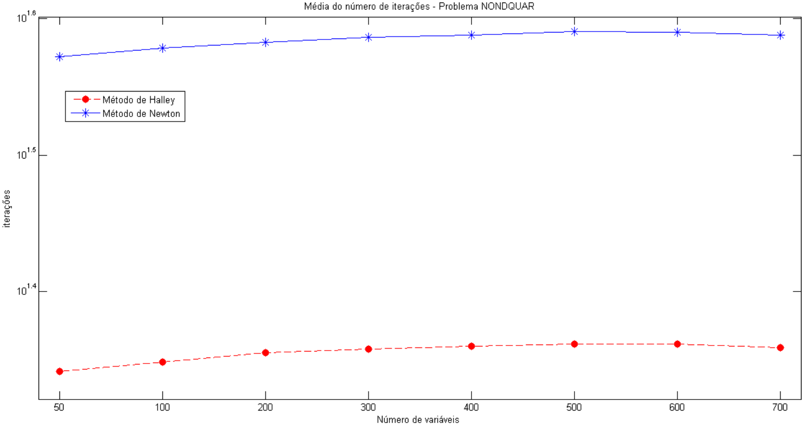
Tempo


Média de tempo de execução - Problema DQRTIC
Método de Halley
Método de Newton
tempo de execução
10^3
10^2
50
100
200
300
400
500
600
700
número de variáveis

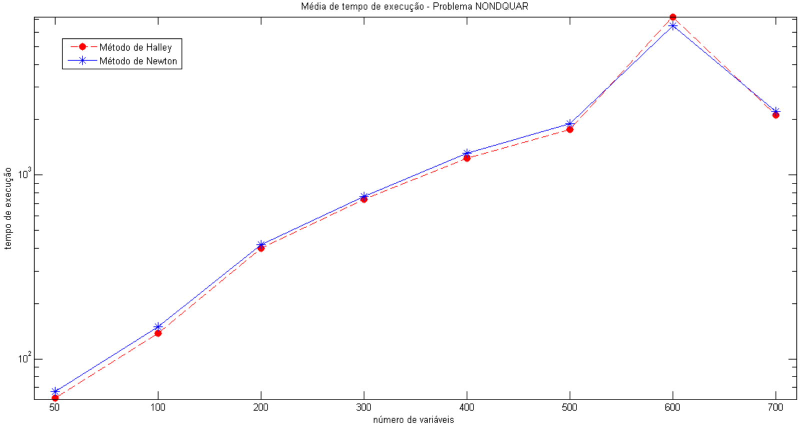
NONDQUAR



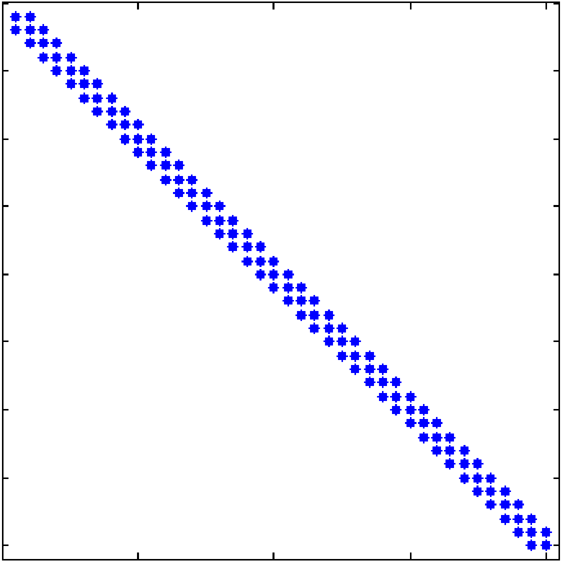
Iteração


Média do número de iterações - Problema NONDQUAR
$10^{1.6}$
$10^{1.5}$
$10^{1.4}$
iterações
Método de Halley
Método de Newton
50
100
200
300
400
500
600
700
Número de variáveis

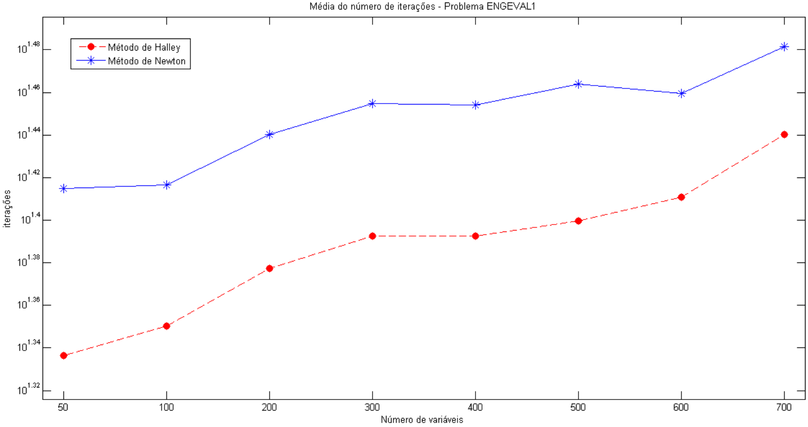
Tempo


Média de tempo de execução - Problema NONDQUAR
Método de Halley
Método de Newton
tempo de execução
10^3
10^2
50
100
200
300
400
500
600
700
número de variáveis

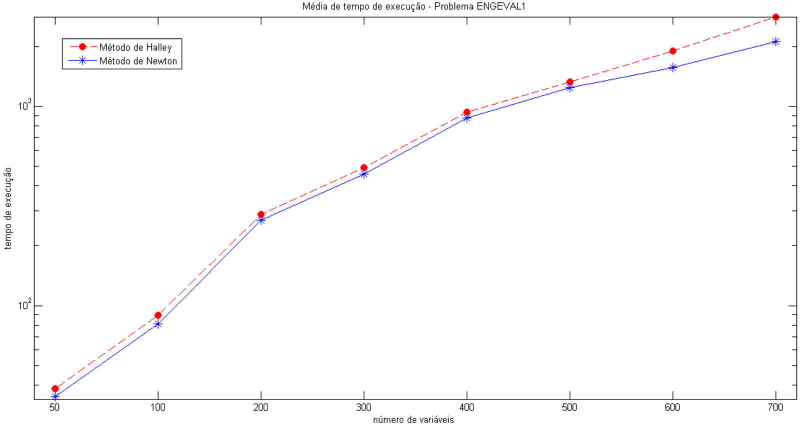
ENGVAL1



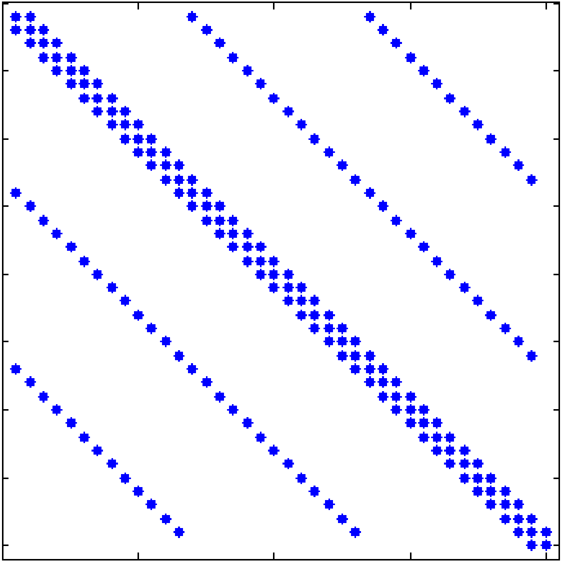
Iteração


Média do número de iterações - Problema ENGEVAL1
Método de Halley
Método de Newton
$10^{1.48}$
$10^{1.46}$
$10^{1.44}$
$10^{1.42}$
$10^{1.4}$
$10^{1.38}$
$10^{1.36}$
$10^{1.34}$
$10^{1.32}$
iterações
50
100
200
300
400
500
600
700
Número de variáveis

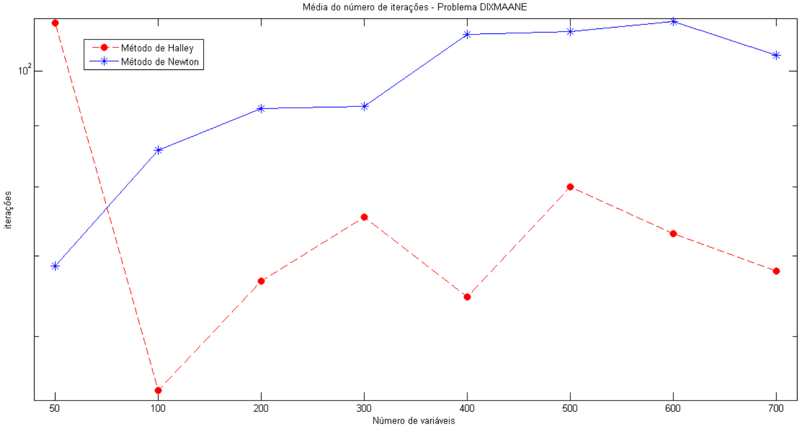
Tempo


Média de tempo de execução - Problema ENGEVAL1
Método de Halley
Método de Newton
tempo de execução
número de variáveis
10^3
10^2
50
100
200
300
400
500
600
700

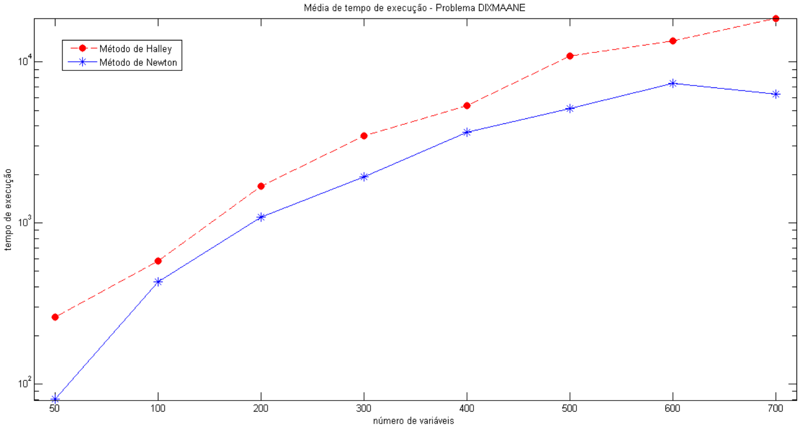
DIXMAANE



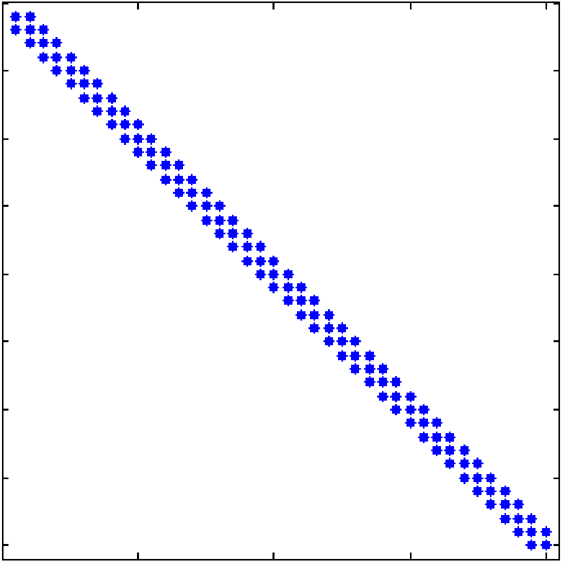
Iteração


Média do número de iterações - Problema DIXMAANE
Método de Halley
Método de Newton
10^2
iterações
50
100
200
300
400
500
600
700
Número de variáveis

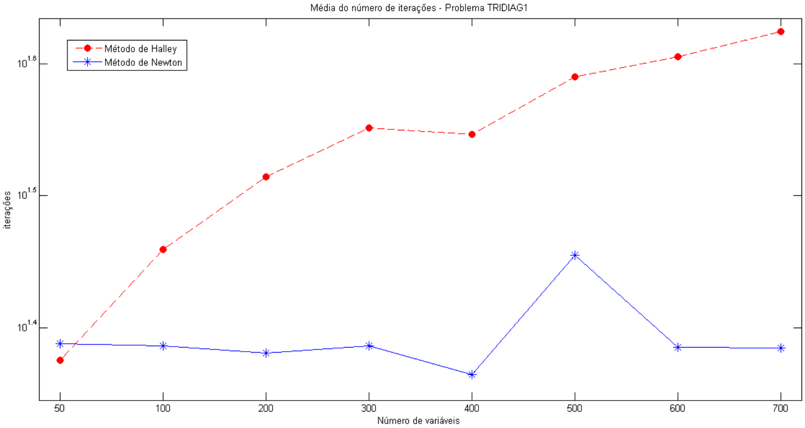
Tempo


Média de tempo de execução - Problema DIXMAANE
Método de Halley
Método de Newton
tempo de execução
10^4
10^3
10^2
50
100
200
300
400
500
600
700
número de variáveis

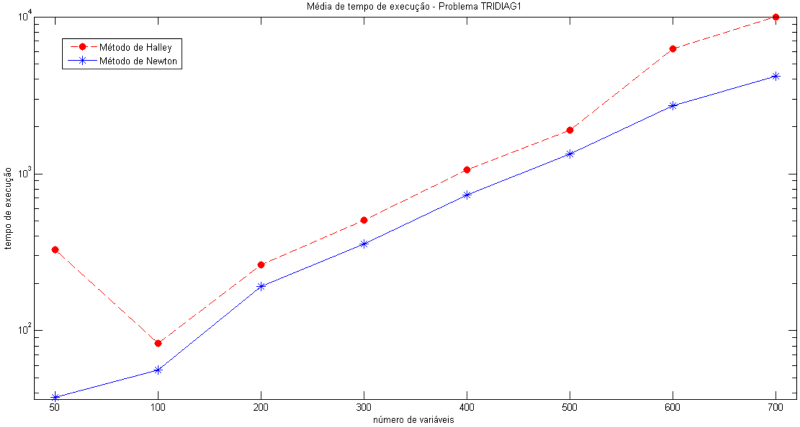
TRIDIAG1



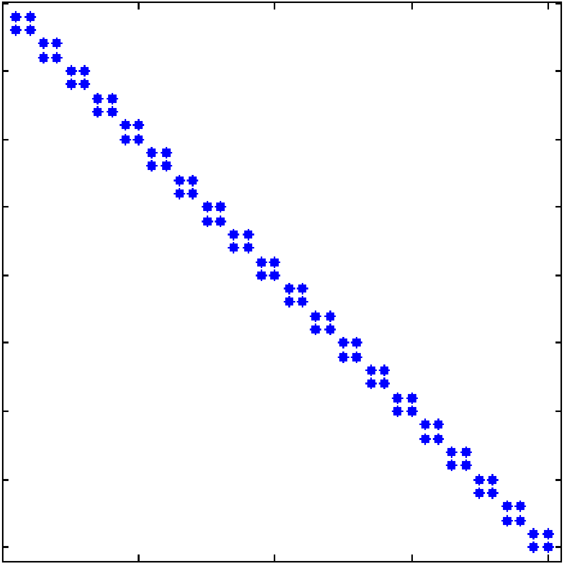
Iteração


Média do número de iterações - Problema TRIDIAG1
Método de Halley
Método de Newton
$10^{1.6}$
$10^{1.5}$
$10^{1.4}$
iterações
50
100
200
300
400
500
600
700
Número de variáveis

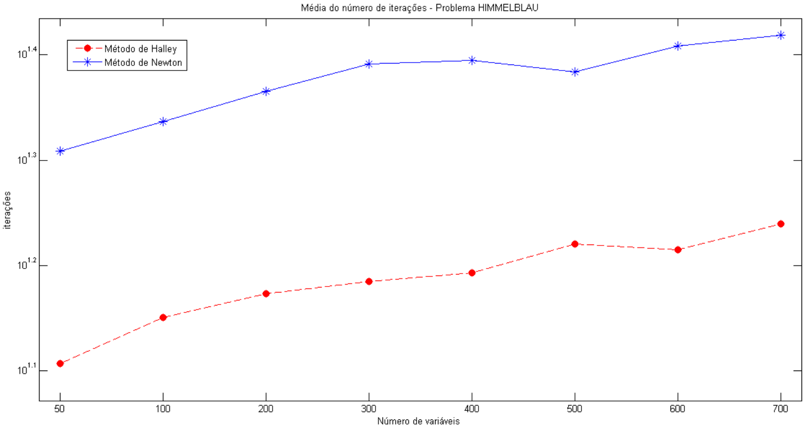
Tempo


Média de tempo de execução - Problema TRIDIAG1
Método de Halley
Método de Newton
tempo de execução
número de variáveis
10^4
10^3
10^2
50
100
200
300
400
500
600
700

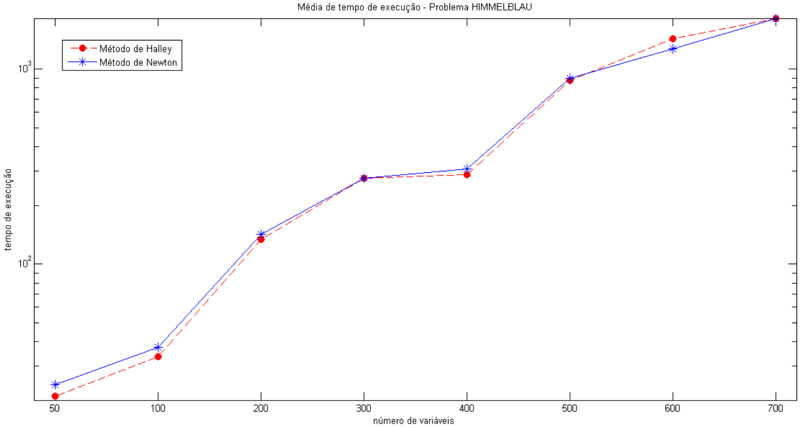
HIMMELBLAU



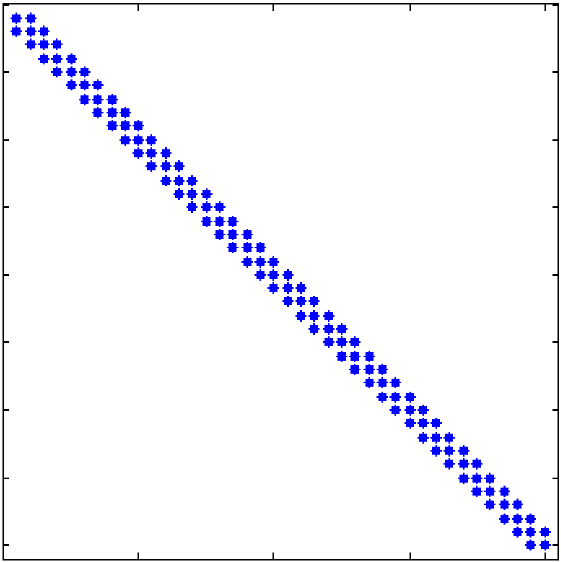
Iteração


Média do número de iterações - Problema HIMMELBLAU
Método de Halley
Método de Newton
$10^{1.4}$
$10^{1.3}$
$10^{1.2}$
$10^{1.1}$
iterações
50
100
200
300
400
500
600
700
Número de variáveis

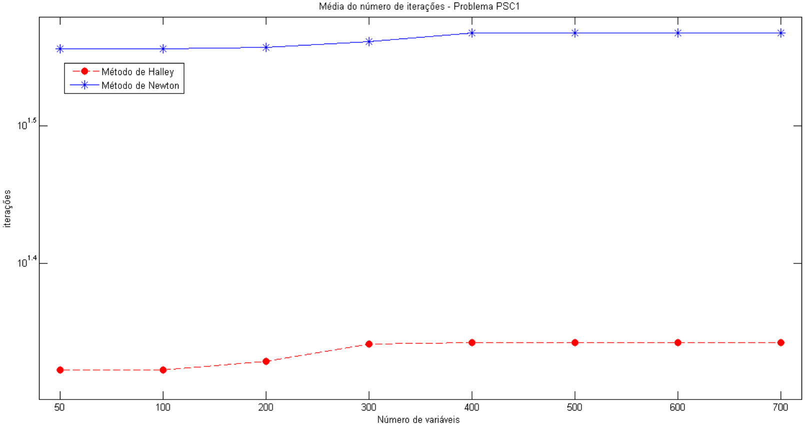
Tempo


Média de tempo de execução - Problema HIMMELBLAU
Método de Halley
Método de Newton
10^3
10^2
tempo de execução
50
100
200
300
400
500
600
700
número de variáveis

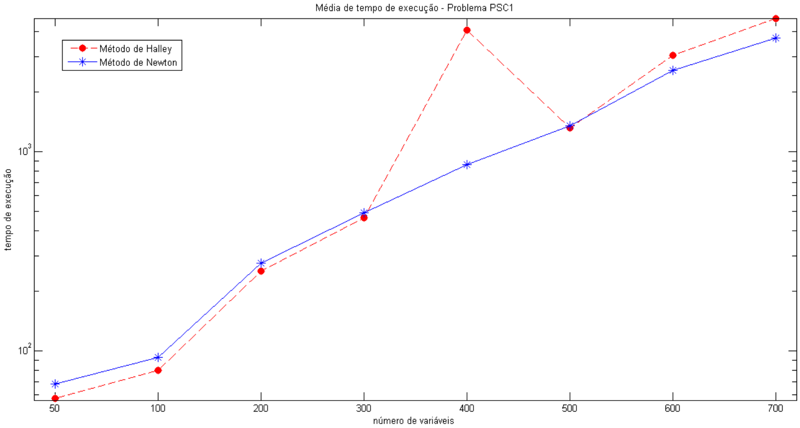
PSC1



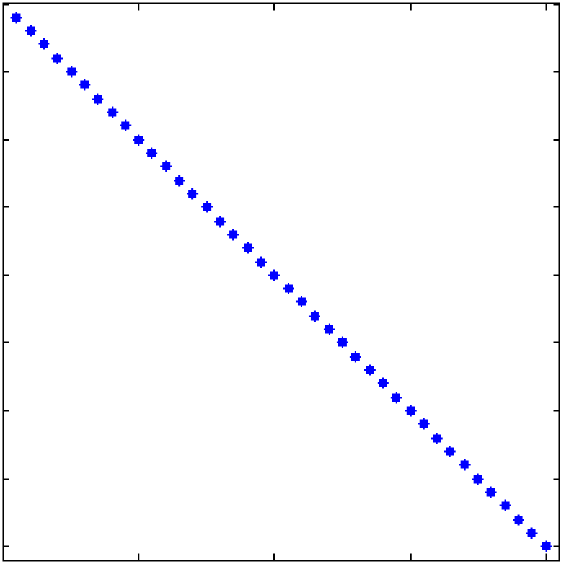
Iteração


Média do número de iterações - Problema PSC1
Método de Halley
Método de Newton
$10^{1.5}$
$10^{1.4}$
iterações
50
100
200
300
400
500
600
700
Número de variáveis

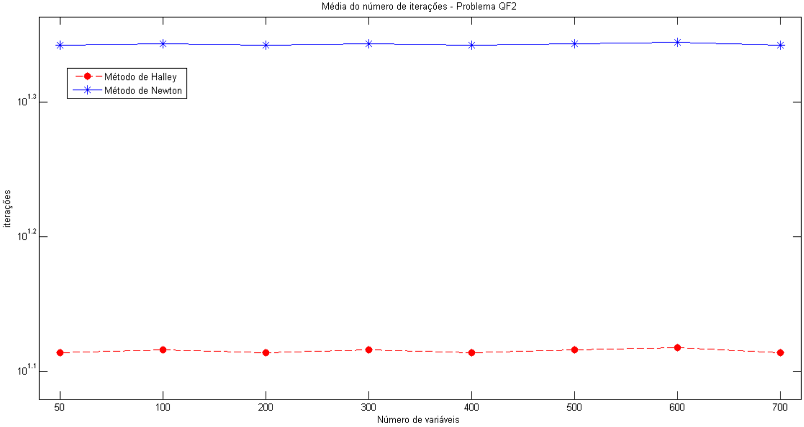
Tempo


Média de tempo de execução - Problema PSC1
Método de Halley
Método de Newton
tempo de execução
10^3
10^2
50
100
200
300
400
500
600
700
número de variáveis

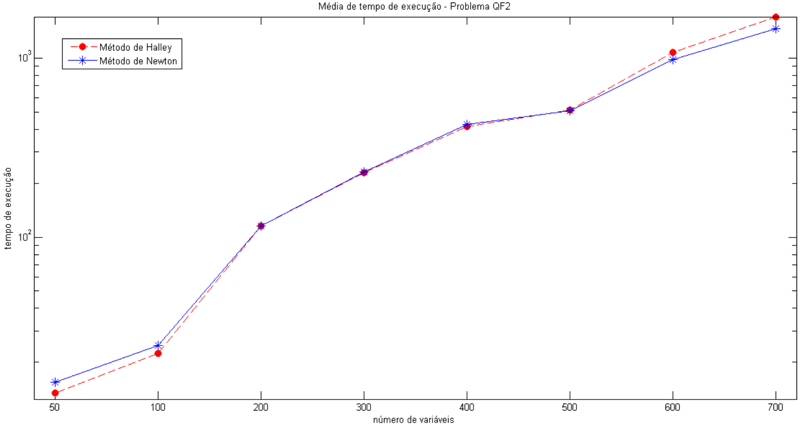
QF2



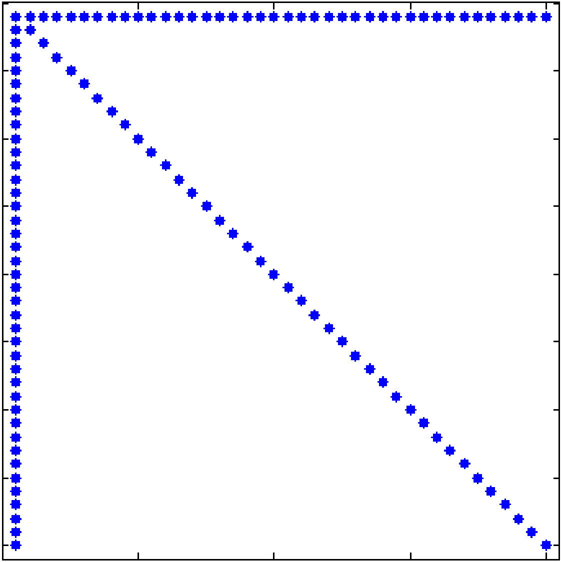
Iteração


Média do número de iterações - Problema QF2
Método de Halley
Método de Newton
$10^{1.3}$
$10^{1.2}$
$10^{1.1}$
iterações
50
100
200
300
400
500
600
700
Número de variáveis

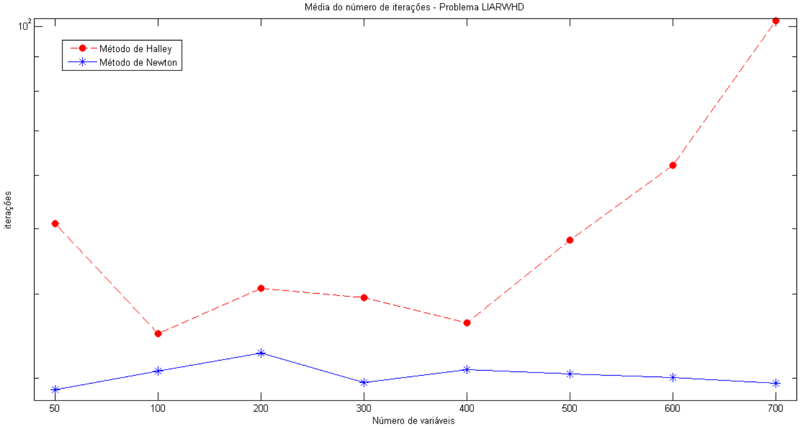
Tempo


Média de tempo de execução - Problema QF2
Método de Halley
Método de Newton
tempo de execução
10^3
10^2
50
100
200
300
400
500
600
700
número de variáveis

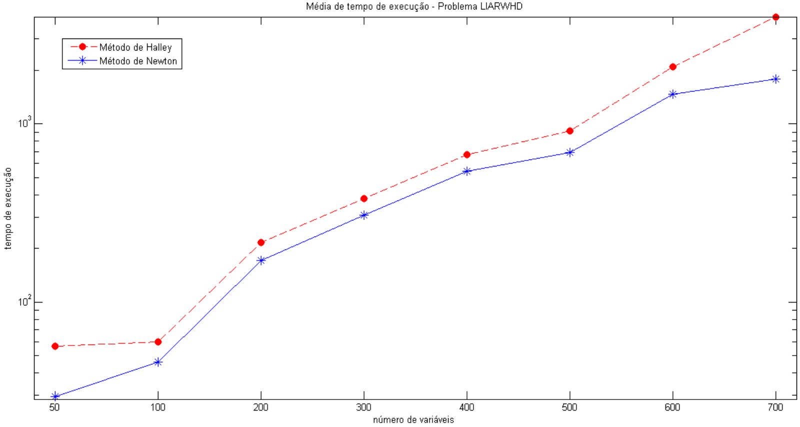
LIARWHD



Iteração


Média do número de iterações - Problema LIARWHD
10^2
Método de Halley
Método de Newton
iterações
50
100
200
300
400
500
600
700
Número de variáveis

Tempo


Média de tempo de execução - Problema LIARWHD
Método de Halley
Método de Newton
tempo de execução
10^3
10^2
50
100
200
300
400
500
600
700
número de variáveis

Considerações Finais

- Ordem de convergência $\times$ Custo computacional
- Modificação de implementação
- Melhora significativa no método de Halley
- Limitações do MATLAB

Referências

Geir Gundersen e Trond Steighaus. Sparsity in higher order methods in optimization. Technical Report 327, Department of Informatics, University of Bergen, June 2006.

Geir Gundersen e Trond Steighaus. On large-scale unconstrained optimization problems and higher order methods. *Optimization Methods & Software, Vol. 25, No. 3, June 2010, 337-358*

T. R. Scavo e J. B. Thoo. On the geometry of Halley's method. *American Mathematical Manthly, 102 (5) (1995) 417–426*

Neculai Andrei. An unconstrained optimization test functios collection. *Advanced Modeling and Optimization, Vol. 10, No 1, 2008*

I. Bongartz, A. R. Conn, Nick Gould, and Ph. L. Toint. "CUTE: constrained and unconstrained testing environment". In: ACM Trans. Math. Softw. 21.1 (1995), pp. 123.

Richard L. Burden e J. Douglas Faires. Análise Numérica. *Pioneira Thomson Learning, 2003.*

G.H. Brown Jr. On Halley's variation of Newton's method. *American Mathematical Monthly, 84(9):726–728, 1977.*